$\boxed{20}$ Montrer que A et ϕ_A satisfont les hypothèses requises.

- A est bien à valeurs dans $\mathbb{N}$
- $P(A \geq m) > 0$
- A est d'espérance finie.
- Pour $t \notin 2\pi\mathbb{Z}$:

$$|\phi_A(t)|^2 = \frac{1}{|1+m-me^{it}|^2} = \frac{1}{(1+m-m\cos t)^2 + (m\sin t)^2} < 1$$

En effet : $(1+m(1-\cos t))^2 > 1$ (égalité pour $t \in 2\pi\mathbb{Z}$)

et $(m \sin t)^2 \geq 0$

donc A n'est pas arithmétique

On a montré que A et ϕ_A vérifient les hypothèses requises

$\boxed{21}$ Calculer θ.

identifier la loi dont θ est la fonction caractéristique.

On calcule, avec $\alpha = 1-m$ $\boxed{16}$ pour $t \neq 0$:

$$\theta(t) = (1-m)\frac{\phi_A(t)(1-e^{-it})}{1-\phi_A(t)e^{-it}}$$

$$= (1-m)\frac{1-e^{-it}}{1+m-me^{it}-e^{-it}}$$

$$= (1-m)\frac{(1-e^{-it})}{(1-e^{-it})+m(1-e^{it})}$$

$$= (1-m)\frac{1}{1-me^{it}}$$

D'après $\boxed{13}$, on reconnaît $\phi_Z(t)$ où $Z = Y-1$ et $Y \sim \mathcal{G}(1-m)$