

f continue et bornée sur $]0, +\infty[$

$$(E): \quad xy' - y + f(x) = 0$$

Ann. homogène: $xy' - y = 0 \quad y' - \frac{1}{x}y = 0 \quad \int -\frac{1}{x} = -\ln x$
 $\rightarrow \text{sol } \lambda e^{\ln x} = \lambda x$

On effectue le chgt de fct en posant $y(x) = z(x) x$

$$y'(x) = z'(x)x + z(x)$$

$$y \text{ sol} \Leftrightarrow z'(x) x^2 + f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow z'(x) = -\frac{1}{x^2} f(x)$$

$$\Leftrightarrow z(x) = K + \int_x^{+\infty} \frac{1}{t^2} f(t) dt$$

($\frac{1}{t^2} f(t) = O(\frac{1}{t^2})$ intégrable)

$$\Leftrightarrow y(x) = Kx + x \int_x^{+\infty} \frac{1}{t^2} f(t) dt$$

On a décrit toutes les solutions.

Donc, celles-ci: $y'(x) = K + \int_x^{+\infty} \frac{1}{t^2} f(t) dt - x \cdot \frac{1}{x^2} f(x)$
 $= K + \underbrace{\int_x^{+\infty} \frac{1}{t^2} f(t) dt - \frac{1}{x} f(x)}_{\substack{\downarrow x \rightarrow +\infty \\ 0}}$

Donc seule la sol. avec $K=0$ a une limite de
densité nulle en $+\infty$