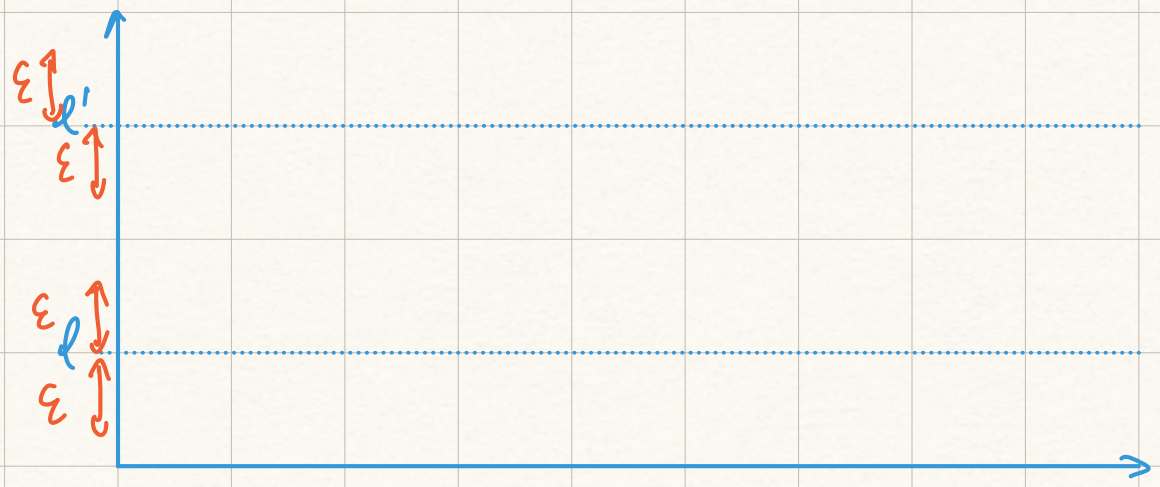

On applique la déf. de la convergence avec $\varepsilon = \frac{l'-l}{3} > 0$

(On divise par 3 car on a besoin d'un peu de marge pour avoir une inégalité stricte)

D'où l'existence de N et N' tq

$$\forall n \geq N \quad |u_n - l| \leq \varepsilon \quad \text{donc} \quad u_n \leq \frac{2l+l'}{3}$$

$$\forall n \geq N' \quad |v_n - l'| \leq \varepsilon \quad \text{donc} \quad v_n \geq \frac{l+2l'}{3}$$

Ainsi, pour $n \geq \max(N, N')$ $\quad u_n \leq \frac{2l+l'}{3} < \frac{l+2l'}{3} \leq v_n$