délai de rigueur.

Pour jé 11h45 envoyer ex rédigés en 2h

parmi 207.19, 207.20, 105.18, 105.19

Pour moi : 105.11, 105.12

5.3 Annexe : la tribu, c'est l'ensemble des événements

Quand Ω est fini, $\mathcal{P}(\Omega)$ est aussi fini et pour définir une probabilité, il suffit de définir la probabilité des singletons, puis d'appliquer la σ-additivité pour connaître la probabilité de n'importe quelle partie de Ω.
Quand Ω est dénombrable, on peut procéder de même car tout $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ est inclus dans Ω, et est donc au plus dénombrable. Par σ-additivité :

$$P(A) = \sum_{x \in A} P(\{x\})$$

Quand Ω est infini non dénombrable, il est compliqué de définir une probabilité intéressante sur $\mathcal{P}(\Omega)$. Il faut donc accepter de ne définir la probabilité que de certaines parties de Ω : ce sont seulement celles-ci que l'on appelle « événement ». Et on appelle « tribu » l'ensemble des événements.

$\omega = PPPPP\ldots$ $\qquad P(\{\omega\}) = 0$

$\omega_2 = FPPPP\ldots$ $\qquad P(\{\omega_2\}) = 0$

Si on accepte de définir $P(\{\omega\})$ $\forall \omega \in \Omega$

on écrirait $\displaystyle\sum_{\omega \in \Omega} \underbrace{P(\{\omega\})}_{=0} \doteq P(\Omega) = 1$

"somme" non dénombrable

Définition. Soit Ω un ensemble (l'univers). Une **tribu** est un ensemble $\mathscr{A}$ de parties de Ω tel que :

- $\Omega \in \mathscr{A}$;
- $\mathscr{A}$ est stable par union au plus dénombrable ;
- $\mathscr{A}$ est stable par passage au complémentaire.

Proposition. Une tribu $\mathscr{A}$ satisfait aussi :

- $\varnothing \in \mathscr{A}$;
- $\mathscr{A}$ est stable par intersection au plus dénombrable.

Pour nous : On ne décrit pas $\mathscr{A}$.

On définit des événements (par ex les $(X=k)$, X va)

et on fait des op. sur les événements

B_k = « tirer une boule blanche au k^e tirage »

$B = \bigcap_{k=1}^{+\infty} B_k$ événement comme inters. dénombrable d'événements.

Remarque. *On trouve aussi l'appellation* σ***-algèbre****. On parle d'****espace probabilisable*** *lorsque l'on parle de* $(\Omega, \mathscr{A})$.

Exemple. Lorsque $\mathscr{A} = \mathcal{P}(\Omega)$, on dit que $\mathscr{A}$ est la tribu complète.

La plupart du temps, Ω n'est pas explicité et encore moins $\mathscr{A}$. En pratique, la modélisation du problème nous fournit une probabilité qui est définie sur les parties (événements) dont on a besoin. Et il est même difficile – et complètement hors programme – de construire une partie qui n'est pas dans $\mathscr{A}$.